المحاضرة الثالثة : د. توفيق أبوشديد

التوابع الرياضية وكثيرات الحدود في MATLAB

الدوال الرياضية:

I. المتغيرات الخاصة في الماتلاب Special Variables

يتضمن الماتلاب مجموعة من المتغيرات المعرفة مسبقاً في البرنامج التي يتم استخدامها من خلال كتابة اسم المتغير ضمن نافذة الأوامر ومنها:

الثابت	قيمته
pi	3.14159265...
i	$\sqrt{-1}$
j	مثل العدد التخيلي (i)
eps	رقم صغير جدا 2^{-52}
realmin	أصغر رقم يحسبه البرنامج 2^{-1022}
realmax	أكبر رقم يحسبه البرنامج $(2-\varepsilon)^{21023}$
inf	∞ ما لانهاية
NaN	غير معرف = $\infty - \infty$ or 0.0/0.0

فيما يلي بعض الأمثلة التي تبين كيفية استدعاء هذه الثوابت في البرنامج.

>> **eps** **<enter>** ans = 2.2204e-016	>> **pi** **<enter>** ans = 3.141
>> **realmin** **<enter>** ans = 2.2251e-308	>> **realmax** **<enter>** ans = 1.7977e+308
>> **i** **<enter>** ans = 0 + 1.0000i	>> **j** **<enter>** ans = 0 + 1.0000i
>> **5+2i** **<enter>** ans = 5.0000 + 2.0000i	

II. الدوال الرياضية في الماتلاب Mathematical functions

إضافة إلى المتغيرات الخاصة يتضمن البرنامج مكتبة رياضية تحتوي على الدوال الرياضية إضافة للعمليات الحسابية واللوغاريتمات والدوال المثلثية والمثلثية العكسية ودوال التقريب إضافة إلى دوال خاصة تتعامل مع التحويلات، يلخص الجدول التالي بعض الدوال المستخدمة في الماتلاب:

اسم الدالة	وظيفة الدالة
الدوال الأساسية	
abs	لإيجاد القيمة المطلقة لرقم أو مصفوفة Absolute value
sqrt	لإيجاد الجذر التربيعي لرقم أو مصفوفة Square root
mean	لإيجاد متوسط مصفوفة Average value of elements
power	الرفع لقوة Power
pow2	العدد 2 مرفوع للقوة x
log	لإيجاد ln رقم أو مصفوفة Natural logarithm
log10	لإيجاد log رقم أو مصفوفة base 10 logarithm (Common logarithm)
exp	قيمة الدالة الأسية للأساس (e) Exponential
max	لإيجاد أكبر قيمة في متجه maximum element of vector x.
min	لإيجاد أصغر قيمة في متجه minimum element of vector x.
sort	لترتيب مصفوفة ترتيبا **تصاعديا** Sort into ascending order
الدوال المثلثية (ناتج هذه الدوال يكون بـ radians)	
cos	لإيجاد cos رقم أو مصفوفة
sin	لإيجاد sin رقم أو مصفوفة
tan	لإيجاد tan رقم أو مصفوفة
acos	لإيجاد $\cos^{-1}$ رقم أو مصفوفة Inverse cosine
asin	لإيجاد $\sin^{-1}$ رقم أو مصفوفة Inverse sine
atan	لإيجاد $\tan^{-1}$ رقم أو مصفوفة Inverse tangent
csc	لإيجاد csc التجيب القطعي لرقم أو مصفوفة Cosecant
sec	لإيجاد sec الجيب القطعي لرقم أو مصفوفة Secant
cot	لإيجاد cot رقم أو مصفوفة Cotangent

acsc	لإيجاد csc^{-1} رقم أو مصفوفة Inverse cosecant
asec	لإيجاد sec^{-1} رقم أو مصفوفة Inverse secant
acot	لإيجاد cot^{-1} رقم أو مصفوفة Inverse cotangent
cosh	لإيجاد cosh رقم أو مصفوفة hyperbolic cosine
sinh	لإيجاد sinh رقم أو مصفوفة hyperbolic sine
tanh	لإيجاد tanh رقم أو مصفوفة hyperbolic tangent
دوال الأعداد المركبة	
abs	لإيجاد طويلة العدد المركب *magnitude* returns the magnitude
angle	لإيجاد زاوية العدد المركب *phase angle* returns θ between $-\pi$ and π
conj	لإيجاد مرافق العدد المركب *conjugate* *complex conjugate*
imag	لإيجاد قيمة الجزء التخيلي من العدد المركب imaginary part
real	لإيجاد قيمة الجزء الحقيقي من العدد المركب real parts
دوال التقريب	
fix	تقريب الرقم العشري أو المصفوفة باتجاه **الصفر** rounds to the nearest integer towards zero
round	تقريب الرقم العشري أو المصفوفة باتجاه **أقرب رقم صحيح** Round toward nearest integer
floor	تقريب الرقم العشري أو المصفوفة باتجاه ∞- Round down
ceil	تقريب الرقم العشري أو المصفوفة باتجاه ∞+ Round up
rem	لإيجاد باقي القسمة Remainder after division
mod(y,x)	إيجاد باقي القسمة الصحيحة لـ y على x Modulus (signed remainder after division)
دوال التحويلات	
dec2hex	لتحويل رقم أو مصفوفة من النظام العشري إلى النظام الست عشري
dec2bin	لتحويل رقم أو مصفوفة من النظام العشري إلى النظام الثنائي

hex2dec	لتحويل رقم أو مصفوفة من النظام الست عشري إلى النظام العشري
bin2dec	لتحويل رقم أو مصفوفة من النظام الثنائي إلى النظام العشري
rad2deg	لتحويل رقم أو مصفوفة من radians إلى degree
deg2rad	لتحويل رقم أو مصفوفة من degree إلى radians

```
>> y=9;          <enter>
>> x=5;          <enter>
```

```
>> mod(y,x)      <enter>
ans =
    4
```

```
>> rem(y,x)      <enter>
ans =
    4
```

```
>> z=2+3*i       <enter>
z =
        2.0000 + 3.0000i
```

```
>> abs(z)        <enter>
ans =
        3.6056
```

```
>> theta=angle(z)   <enter>
theta =
        0.9828
```

```
>> rad2deg(theta)   <enter>
ans =
        56.3099
```

في المثال السابق لدينا (z=2+3i) عدد مركب، عند استخدام الدالة **angle(z)** أرجعت القيمة 0.9828 التي تمثل قيمة الزاوية theta مقدرة بالراديان، ولإظهار النتيجة بالدرجات استخدمنا rad2deg(theta) والتي تكافئ كتابة theta=angle(z)*180/pi

```
>> pow2(3)       <enter>
ans =
    8
```

```
>> log10(1000)   <enter>
ans =
    3
```

```
>> r=exp(4)      <enter>
r =
   54.5982
```

```
>> log(r)        <enter>
ans =
    4
```

```
>> a=[30 45 60; -30 -45 -60; 90 180 0]   <enter>
a =
    30    45    60
   -30   -45   -60
    90   180     0
```

```
>> b=cos(deg2rad(a))   <enter>
b =
    0.8660    0.7071    0.5000
    0.8660    0.7071    0.5000
    0.0000   -1.0000    1.0000
```

```
>> d=sin(deg2rad(a))   <enter>
d =
    0.5000    0.7071    0.8660
   -0.5000   -0.7071   -0.8660
    1.0000    0.0000         0
```

```
>> c=acos(b)           <enter>
c =
    0.5236    0.7854    1.0472
    0.5236    0.7854    1.0472
    1.5708    3.1416         0
```

```
>> rad2deg(c)          <enter>
ans =
   30.0000   45.0000   60.0000
   30.0000   45.0000   60.0000
   90.0000  180.0000         0
```

```
>> e=asin(d)                    <enter>
e =
    0.5236    0.7854    1.0472
   -0.5236   -0.7854   -1.0472
    1.5708    0.0000         0
```

```
>> rad2deg(e)                   <enter>
ans =
   30.0000   45.0000   60.0000
  -30.0000  -45.0000  -60.0000
   90.0000    0.0000         0
```

كثيرات الحدود:

يتم التعامل مع كثيرات الحدود باستخدام برنامج Matlab من خلال توابع خاصة، يتم تحويل كثير الحدود إلى متجه سطري (نسق من الأعداد)، تمثل الأعداد ضمن هذا المتجه معاملات كثير الحدود، يتم ترتيب الأعداد ضمن النسق تنازلياً بدءاً من القوة n (أعلى رتبة للمتحول في كثير الحدود أو درجة كثير الحدود) وحتى القوة 0.

مثال: للتعبير عن كثير حدود من الدرجة 4 له الصيغة:

$$B = 7x^4 + 6x^3 + 3x^2 + 5x + 5$$

```
>> B=[7 6 3 5 5]      <Enter>
B =
   7  6  3  5  5
```

I. العمليات الحسابية على كثيرات الحدود:

✓ **ايجاد جذور كثير الحدود:**

جذور كثير الحدود هي الأعداد التي تجعل قيمة كثير الحدود معدومة. إن التابع الخاص لإيجاد جذور كثير الحدود في الماتلاب هو roots :

لإيجاد جذور المعادلة:

$$C: x^2 - 2x + 1 = 0$$

```
>> C=[1 -2 1]       <Enter>
C =
    1   -2    1
>> roots(C)         <Enter>
ans =
    1
    1
```

لإيجاد جذور كثير الحدود:

$$B = x^4 - 12x^3 + 25x + 116$$

```
>> B=[1 -12 0 25 116]       <Enter>
B =
    1   -12     0    25   116
>> roots(B)                 <Enter>
ans =
  11.7473 + 0.0000i
   2.7028 + 0.0000i
  -1.2251 + 1.4672i
  -1.2251 - 1.4672i
```

كما يمكن الحصول على الجذور مباشرة دون الحاجة لإسناد معاملات كثير الحدود لمتغير،

```
>> roots([1 -12 0 25 116])     <Enter>
ans =
  11.7473 + 0.0000i
   2.7028 + 0.0000i
  -1.2251 + 1.4672i
  -1.2251 - 1.4672i
```

- ✓ **جمع وطرح كثيرات الحدود:**

تتم عمليات الجمع والطرح على كثيرات الحدود من خلال إجراء العمليات الحسابية على الأنساق الممثلة لمعاملات كثيرات الحدود. فإما أن يكون كثيري الحدود المراد جمعهما أو طرحهما من نفس الدرجة وعندها يتم جمع أو طرح الأعداد المتقابلة في النسقين مباشرة، أو يكون كثيري الحدود من درجتين مختلفتين فيجب إضافة أصفار إلى النسق الأصغر درجة لجعل النسقين من نفس الأبعاد.

مثال: جمع كثيري الحدود $A = 2x^2 + x + 3$, $B = 4x^2 - x - 1$

```
>> A=[2 1 3]          <Enter>
A =
   2   1   3
>> B=[4 -1 -1]        <Enter>
B =
   4  -1  -1
>> C=A+B              <Enter>
C =
   6   0   2
```

مثال: جمع وطرح كثيري الحدود $A = 2x^4 + x^3 + 3x^2 + x + 1$, $B = 4x^2 - x - 1$

```
>> A=[2 1 3 1 1]            <Enter>
A =
   2   1   3   1   1
>> B=[0 0 4 -1 -1]          <Enter>
B =
   0   0   4  -1  -1
>> C=A+B                    <Enter>
C =
   2   1   7   0   0
>> D=A-B                    <Enter>
D =
   2   1  -1   2   2
```

- ✓ **جداء كثيرات الحدود:**

يستخدم التابع conv مختصر كلمة (convolution) للحصول على جداء كثيرات الحدود بشرط أن تعرف كثيرات الحدود بأنساق موافقة ومعبرة عن معاملاتها.

مثال: بفرض لدينا كثيرا حدود من الشكل $U(x) = x + 1$, $V(x) = x^2 + x + 1$،

```
>> U=[1 1]          <Enter>
U =
   1   1
>> V=[1 1 1]        <Enter>
V =
   1   1   1
>> W=conv(U,V)      <Enter>
W =
   1   2   2   1
```

- ✓ **حساب قيمة كثير الحدود من أجل قيمة معينة للمتحول:**

يستخدم التابع polyval(p,x)، حيث يعبر الرمز p عن النسق الممثل لكثير الحدود، و الرمز x يعبر عن قيمة المتحول المراد حساب كثير الحدود عنده.

مثال: لحساب قيمة كثير الحدود $g(x) = x^2 + x + 1$ من أجل x=3.

```
>> p=[1 1 1]        <Enter>
p =
   1   1   1
>> x=3              <Enter>
x =
   3
>> g=polyval(p,x)   <Enter>
g =
  13
```

- ✓ **استخدام الأمر syms:**

يقوم الأمر syms بتحويل المتحول إلى رمز يمكن التعامل معه من قبل البرنامج والتعرف عليه، ويستخدم الأمر subs لحساب قيمة كثير الحدود عند قيمة المتحول المطلوبة.

```
>> syms x y         <Enter>
>> g=x^2+x+1        <Enter>
g =
   x^2 + x + 1
>> subs(g,3)        <Enter>
ans =
    13
```

```
>> syms x y              <Enter>
>> g=3*x^2-2*y^2+10      <Enter>
g =
   3*x^2 - 2*y^2 + 10
>> subs(g,x,3)           <Enter>
ans =
    37 - 2*y^2
```

- ✓ **اشتقاق كثير الحدود:**

يستخدم التابع polyder لاشتقاق كثير حدود

مثال: لاشتقاق كثير الحدود $g(x) = x^4 + x^2 + 2x + 1$

```
>> g=[1 0 1 2 1];      <Enter>
>> f=polyder(g)        <Enter>
f =
    4    0    2    2
```

كما يمكن استخدام الأمر syms وعند الاشتقاق يستخدم الأمر diff:

```
>>  syms x                    <Enter>
>> g=x^4+x^2+2*x+1           <Enter>
g =
x^4 + x^2 + 2*x + 1
>> f=diff(g)                  <Enter>
f =
4*x^3 + 2*x + 2
```

مثال: اشتقاق التابع $g = 2\sin(x * y) + e^{(x.y)}$ بالنسبة للمتحول x :

```
>> syms x y                   <Enter>
>> g=2*sin(x*y)+exp(x*y)      <Enter>
g =
          exp(x*y) + 2*sin(x*y)
>> f=diff(g,x)                <Enter>
   f =
      2*y*cos(x*y) + y*exp(x*y)
```

- ✓ **تكامل كثير الحدود:**

يستخدم التابع polyint لإجراء التكامل. عند أخذ ثابت التكامل بعين الاعتبار يكتب الأمر على الشكل التالي polyint(p,k) حيث p يعبر عن كثير الحدود، k يمثل ثابت التكامل.

مثال: تكامل التابع $g = 6x^2 + 10x - 6$ على اعتبار أن قيمة ثابت التكامل k=-5.

```
>> p=[6 10 -6];       <Enter>
>> k=-5;              <Enter>
>> g=polyint(p,k)     <Enter>
g =
    2    5   -6   -5
```

كما يمكن استخدام الأمر syms والأمر int لإيجاد التكامل:

```
>> syms x                  <Enter>
>> g=6*x^2+10*x-6;         <Enter>
>> f=int(g)                <Enter>
   f =
      x*(2*x^2 + 5*x - 6)
```

أما لإيجاد التكامل المحدد:

```
>> h=int(g,1,2)          <Enter>
  h =
    23
```

✓ **فك الأقواس ونشر كثير الحدود أو المعادلة:**

تستخدم التعليمة expand التي تصلح في حالة معادلات بمتحولات y,x أو معادلات تحتوي توابع مثلثية.

```
>> syms x y                                          <Enter>
>> expand((x+1)*(x-2)*(x-3)*y^2+(x-4)^2)            <Enter>
    ans =
        x^3*y^2 - 4*x^2*y^2 + x^2 + x*y^2 - 8*x + 6*y^2 + 16


>> syms x y                                          <Enter>
>> expand(sin(x+y))                                  <Enter>
  ans =
       cos(x)*sin(y) + cos(y)*sin(x)
```

✓ **تبسيط التوابع والمعادلات:**

تستخدم التعليمة simplify لتبسيط الصيغ المعقدة للتوابع والحصول على صيغ أسهل.

```
>> syms x y                          <Enter>
>> simplify((1-y^2)/(1+y))           <Enter>
     ans =
       1 - y
>> simplify(cos(y)^2+sin(y)^2)       <Enter>
     ans =
        1
```